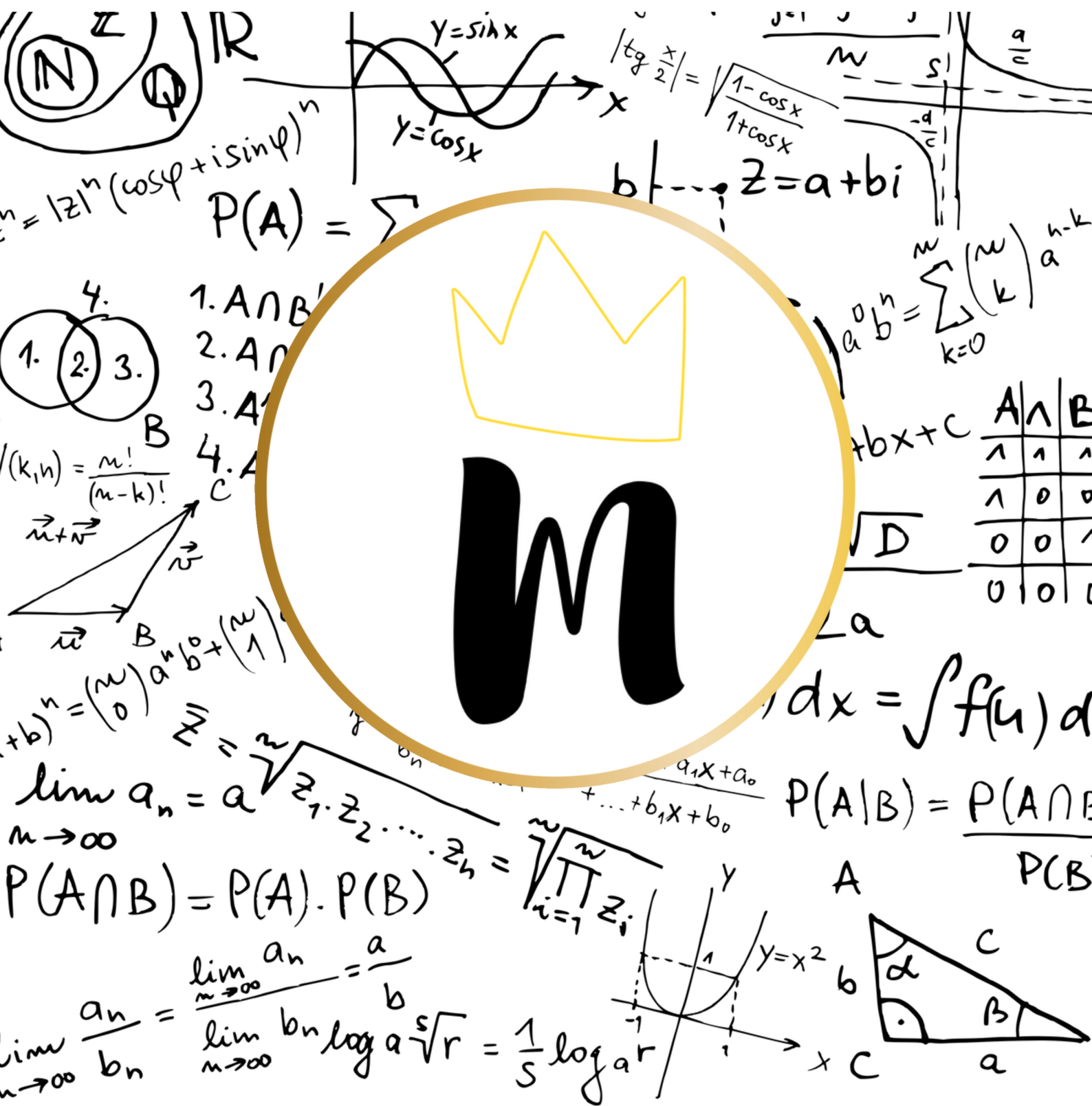


AGNIESZKA BRONK

MARTA TYLEC

PIGUŁA MATEMATYCZNA DLA MATURZYSTY

ZADANIA DOWODOWE



WSTĘP

Wszystkie zadania zawarte w niniejszym ebooku pochodzą z arkuszy maturalnych publikowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną oraz portalu arkusze.pl. Zestawiono zadania na poziomie podstawowym zgodnie z formułą MATURA 2023, czyli od września 2022 do sierpnia 2025.

Materiał jest bezpłatny, ponieważ naszym celem jest pomoc maturzystom w przygotowaniach, aby mogli rozwiązywać zadania maturalne jak najszybciej, przy jednoczesnej możliwości usystematyzowania swojej wiedzy oraz regularnej, skutecznej nauki. Mamy nadzieję, że w rezultacie zobaczą na Świadectwie maturalnym oczekiwane wyniki.

W każdym ebooku znajdziecie zadania związane z konkretnym pojęciem matematycznym, np. wartością bezwzględną, funkcją, wielomianami itd.

Pamiętaj, aby przygotowując się do matury pracować z kartą wzorów maturalnych opublikowanych przez CKE oraz rozsądnie korzystać z kalkulatora prostego.

(link do karty do pobrania https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/wybrane_wzory_matematyczne_EM2023.pdf)

Zachęcamy do śledzenia naszych profili na mediach społecznościowych Matmaholik, aby być na bieżąco z materiałami, które publikujemy. Prosimy dajcie o nas znać swoim koleżankom i kolegom z klasy, maturzystom w rodzinie oraz każdemu kto chce sprawdzić swoją matematyczną pamięć.

Miłej nauki.

Aga i Marta





SZYBKĄ POWTÓRKA

Zadania dowodowe są zmurą każdego maturzysty. Warto do tego typu zadań podejść jak do zadania typu oblicz. Może warto skreślić pierwsze słowo ;)

O czym warto pamiętać?

1. Jak zapisać trzy kolejne, dowolne liczby naturalne
 - a. n
 - b. $n+1$
 - c. $n+2$
2. Jak zapisać trzy kolejne, dowolne liczby parzyste
 - a. $2n$
 - b. $2n+2$
 - c. $2n+4$
3. Jak zapisać trzy kolejne liczby nieparzyste
 - a. $2n+1$
 - b. $2n+3$
 - c. $2n+5$
4. Dowolną liczbę z resztą A z dzielenia przez liczbę B zapisujemy w postaci $Bn+A$
5. Wzory skróconego mnożenia - znajdziesz je na stronie 7 karty wzorów

6. WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b :

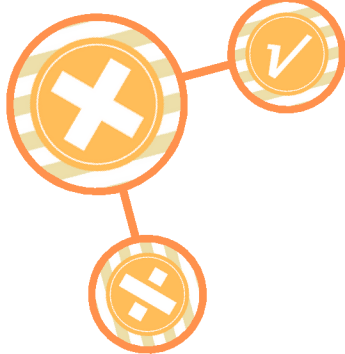
$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 & (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 & (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{aligned}$$

Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n oraz dowolnych liczb rzeczywistych a, b mamy:

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-k}b^{k-1} + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

W szczególności:

$$\begin{aligned}a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) & a^2 - 1 &= (a-1)(a+1) \\ a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) & a^3 - 1 &= (a-1)(a^2 + a + 1) \\ a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) & a^3 + 1 &= (a+1)(a^2 - a + 1) \\ a^n - 1 &= (a-1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1)\end{aligned}$$



1. MATURA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2025

Wykaż, że liczba $8^{50} - 2^{145}$ jest podzielna przez 31.

2. MATURA DODATKOWA CZERWIEC 2025

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej a , która przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, i dla każdej liczby całkowitej b , która przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4, liczba $a^2 - b^2$ jest podzielna przez 5.

3. MATURA PODSTAWOWA MAJ 2025

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby naturalnej n liczba $3n^2 + 2n + 7$ jest podzielna przez 4.

4. TEST DIAGNOSTYCZNY KWIECIEŃ 2025

Wykaż, że suma kwadratów czterech kolejnych liczb całkowitych niepodzielnych przez 5 jest liczbą podzielną przez 10.

5. TEST DIAGNOSTYCZNY MARZEC 2025

Wykaż, że liczba $3^{94} + 9^{46} + 27^{30}$ jest podzielna przez 39.

6. TEST DIAGNOSTYCZNY GRUDZIEŃ 2024

Wykaż, że liczba $2^{100} + 4^{49} + 16^{24}$ jest podzielna przez 21.

7. MATURA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2024

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n + 5)^2 + 3$ jest podzielna przez 4.

8. MATURA DODATKOWA CZERWIEC 2024

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $5n^3 - 5n$ jest podzielna przez 30.

9. MATURA PODSTAWOWA MAJ 2024

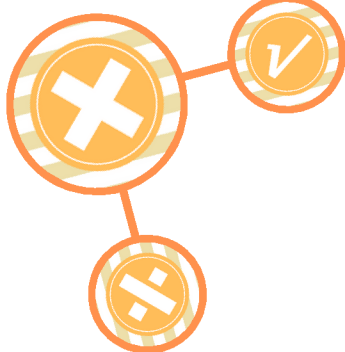
Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

10. TEST DIAGNOSTYCZNY GRUDZIEŃ 2023

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej n liczba $3n^2 + 4n + 1$ jest podzielna przez 4.

11. MATURA POPRAWKOWA SIERPIEŃ 2023

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $3n^3 + 18n^2 + 15n$ jest podzielna przez 6.



12. MATURA DODATKOWA CZERWIEC 2023

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej k reszta z dzielenia liczby $49k^2 + 7k - 2$ przez 7 jest równa 5.

13. MATURA PODSTAWOWA MAJ 2023

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n + 1)^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

14. TEST DIAGNOSTYCZNY GRUDZIEŃ 2022

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $5n^2 + 15n$ jest podzielna przez 10.

15. TEST DIAGNOSTYCZNY WRZESIEŃ 2022

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $10n^2 + 30n + 8$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

O NAS

Agnieszka Bronk – głowa biznesowa Matmaholika. Z zawodu inżynier - Absolwentka Politechniki Gdańskiej na kierunku budownictwo, z pasji nauczyciel matematyki i fizyki. Uwielbia pokazywać, że uczymy się po coś!



Marta Tylec – zawsze zadaje pytanie: „ale jak?”. Dyplomowany nauczyciel matematyki i fizyki. Absolwentka Uniwersytetu Gdańskiego i Politechniki Gdańskiej. Czuwa nie tylko nad rozwojem swoich uczniów, ale również nad merytoryczną i dydaktyczną częścią projektu Matmaholik.



fot. Barbara Ostrowska
wydanie 1 wrzesień 2025